

## 2.1 ДӘРІС

### 2. КОНВЕКТИВТІК ЖЫЛУАЛМАСУ ПРОЦЕСТЕРІНІҢ ҰҚСАСТЫҒЫ ЖӘНЕ ҮЛГІЛЕУ

*Ұқсастық теориясы конвективтік жылуалмасуды эксперименттік зерттеудің теориялық негізі ретінде. Критериалды теңдеулер. Ұқсастық критерийлері. Жылу беру коэффициенттерін эксперименттік анықтау әдістері. Жылу беру коэффициенттерін орташалау.*

#### **2.1. Ұқсастық теориясы конвективтік жылуалмасуды эксперименттік зерттеудің теориялық негізі ретінде**

Конвективті жылуалмасу дифференциалдық теңдеулер жүйесімен және айнымалылардың көп санымен бір мәнділік шарттарымен сипатталады. Бұл теңдеулер жүйесін аналитикалық шешу әрекеттері үлкен қиындыққа тап болады. Қазіргі уақытта дәл шешімдер тек бөлек жеке жағдайлар үшін бар. Сол себепті зерттеудің эксперименттік жолы үлкен мәнге ие болады. Эксперименттің көмегімен аргументтердің белгілі мәндері үшін бастапқы айнымалылардың сандық мәндерін және содан кейін тәжірибелердің нәтижелерін сипаттайтын теңдеулерді іріктеп алуға болады. Алайда конвективтік жылуалмасу секілді соншалықты күрделі процесті зерттеу кезінде тәжірибелік зерттеуді жүргізуде де әрдайым жеңіл болмайды [3].

Процеске қандай да бір мәннің әсерін зерттеу үшін қалғандарын өзгеріссіз сақтау қажет, бұл әрқашан мүмкін бола бермейді немесе айнымалылардың көп санының салдарынан қиындайды. Сонымен қатар бұл ретте қандай да бір нақты қондырғының (модельдер) көмегімен алынатын нәтижелерді басқа да ұқсас процестерге (үлгіге) ауыстыруға болатындығына сенімді болу керек. Бұл қиындықтар ұқсастық теориясын шешуге себін тигізеді.

Бір класқа тиісті болатын құбылыстар физикалық мазмұны және жазба нысаны бойынша бірдей дифференциалдық теңдеулермен сипатталады және ұқсас процестер деп аталады. Дифференциалдық теңдеулердің жазба нысаны бойынша бірдей, бірақ өзінің физикалық мазмұны бойынша әр түрлі сипатталатын табиғи құбылыстары ұқсас құбылыстар деп аталады.

Физикалық процестер ұқсастығының жалпы шарттары Кирпичев-Гухман (1931 ж.) теоремасының мазмұнын құрайды:

1. Сапалық тұрғыдан бірдей физикалық табиғатқа ие және жазба нысаны бойынша бірдей дифференциалдық теңдеулермен сипатталуы тиіс.

2. Бір мағыналық шарттары барлық жағынан бірдей болуы тиіс, бұл шарттарда болатын тұрақтылардың сандық мәндерінен басқа.

3. Аттас анықтаушы критерийлері бірдей сандық мәнге ие болуы тиіс.

Ұқсастық теориясының көмегімен мөлшерлес физикалық мәндерді мөлшерсіз кешендерге біріктіруге болады, сонымен бірге кешендер саны осы кешендер жасалған шамалар санынан аз болатындай. Алынған мөлшерсіз кешендерді жаңа айнымалылар ретінде қарастыруға болады. Мөлшерсіз кешендердің теңдеулеріне функция белгісімен шамалардың сандарын енгізу кезінде функциялар формалды қысқарады, бұл физикалық процестерді зерттеуді жеңілдетеді. Сонымен қатар жаңа мөлшерсіз айнымалылар тек жеке жалғыз факторлардың ғана емес, олардың жиынтығының әсерін көрсетеді, бұл зерттелетін процесте физикалық байланысты жеңіл анықтауға мүмкіндік береді.

Ұқсастық теориясы зертханалық зерттеулердің нәтижелерін қарастырылатын құбылыстарға ұқсас басқа құбылыстарға қолдануға болатын шарттарды анықтайды. Осы

себепті ұқсастық теориясы, ең алдымен, эксперименттің теориялық базасы болып табылады. Бірқатар жағдайларда ұқсастық теориясы процесті талдауды және алынған нәтижелерді сипаттауды жеңілдетеді, алайда оның көмегімен бастапқы функция анықталмайды.

## 2.2. Критериалды теңдеулер. Ұқсастық критерийлері

Ұқсастық теориясының қорытындыларын тәжірибеде пайдалану үшін зерттелетін процестердің математикалық сипаттамасының мөлшерсіз түріне келтіре білу қажет. Масштабты түрлендіру әдісін қолдану нәтижесінде мөлшерсіз дифференциалдық теңдеулердің жүйесін (1.2, 1.3, 1.4, 1.5) келесі түрде жазуға болады:

$$Nu = -\left(\frac{\partial\Theta}{\partial Y}\right)_{Y=0} \quad (2.1)$$

$$Pe \cdot \left( W_x \frac{\partial\Theta}{\partial X} + W_y \frac{\partial\Theta}{\partial Y} + W_z \frac{\partial\Theta}{\partial Z} \right) = \nabla^2 \Theta, \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} Re \cdot \left( W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y} + W_z \frac{\partial W_x}{\partial Z} \right) = \\ = \frac{Gr}{Re} \Theta - \frac{\partial}{\partial X} (Eu \cdot Re) + \nabla^2 W_x, \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial W_x}{\partial X} + \frac{\partial W_y}{\partial Y} + \frac{\partial W_z}{\partial Z} = 0. \quad (2.4)$$

Мұнда  $Nu = \frac{\alpha \cdot l_0}{\lambda}$  – Нуссельттің критерийі;  $Pe = \frac{w_0 \cdot l_0}{a}$  – Пекле критерийі;

$Re = \frac{w_0 \cdot l_0}{\nu}$  – Рейнольдс критерийі;  $Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \varrho_c \cdot l_0^3}{\nu^2}$  – Грасгоф критерийі;

$Eu = \frac{\Delta p}{\rho \cdot w_0^2} = \frac{p - p_0}{\rho \cdot w_0^2}$  – Эйлер критерийі.

(2.1), (2.2), (2.3), (2.4) теңдеулеріне  $y$  және  $z$  осьтеріне қатысты қозғалыстың өлшемсіз теңдеулерін қосуға болады.

Мөлшерсіз дифференциалдық теңдеулердің жүйесі және мөлшерсіз бір мағыналық шарттары тапсырманың математикалық тұжырымдамасын білдіреді.  $X, Y, Z, Nu, \Theta, W_x, W_y, W_z, Re, Pe, Gr$  және  $Eu$  мөлшерсіз шамаларын жаңа айналылар ретінде қарастыруға болады. Оларды бұрынғыдай үш топқа бөлуге болады: тәуелсіз, айнымалы – бұл мөлшерсіз координаттар  $X, Y, Z$ ; тәуелді айнымалылар – бұл  $Nu, \Theta, W_x, W_y, W_z$  және  $Eu$ , олар бір мағыналық шарттарына кіретін шамалардың белгілі мәндері кезінде тәуелсіз айнымалылардың мәндерімен бір мағыналы анықталады; тұрақты шамалар – бұл  $Re, Pe, Gr$ , олар бір мағыналық шарттарымен берілген және нақты есеп үшін тұрақты болып табылады. Нәтижесінде жазуға болады:

$$Nu = f_1(X, Y, Z, Pe, Re, Gr), \quad (2.5)$$

$$\Theta = f_2(X, Y, Z, Pe, Re, Gr), \quad (2.6)$$

$$Eu = f_3(X, Y, Z, Pe, Re, Gr), \quad (2.7)$$

$$W_x = f_4(X, Y, Z, Pe, Re, Gr). \quad (2.8)$$

(2.5), (2.6), (2.7), (2.8) түріндегі теңдеулер критериалды теңдеулер деп аталады. Ұқсас критериалды теңдеулер  $W_y$  және  $W_z$  үшін орын алады.

Критериялық теңдеулерге сүйене отырып, критерийлерді анықталатын критерийлерге бөлуге болады – бұл бастапқы тәуелді айнымалылар кіретін критерийлер; қарастырылатын жағдайда тәуелді айнымалылар  $\alpha$ ,  $\vartheta$ ,  $w_x$ ,  $w_y$ ,  $w_z$  және  $p$  болып табылады, осыған орай, анықталатындар  $Nu$ ,  $\Theta$ ,  $W_x$ ,  $W_y$ ,  $W_z$  және  $Eu$  критерийлер болып табылады; анықтайтын критерийлер – бұл бір мағыналық шарттарға кіретін тәуелсіз айнымалылардан немесе тұрақты шамалардан тұтастай тұратын критерийлер; қарастырылатын жағдайда анықтаушы критерийлер  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ,  $Re$ ,  $Pe$  және  $Gr$  болып табылады.

Есептердің шарттарына тәуелді анықтаушы критерийлер анықталатын және керісінше болуы мүмкін. Мысалы, еркін конвенция кезінде (ілеспе мәжбүрлі қозғалыссыз) жылдамдықтар белгісіз шамалар болып табылады (денеден алыстағы және қабырғадағы мәндерден басқа). Бұл жағдайда  $Re$  критерийіне тек қандай да бір белгісіз жылдамдық мәні енгізілуі мүмкін (мысалы, ең жоғарғы) және  $Re$  анықталатын критерий болады.

### 2.3. Жылу беру коэффициентін эксперименттік анықтау әдістері.

#### Жылу беру коэффициенттерін орташалау

Кез келген экспериментті қою кезінде әрдайым алдын ала білу қажет: 1) тәжірибеде қандай шамаларды өлшеу қажет; 2) тәжірибе нәтижелерін қалай өңдеу керек; 3) қандай құбылыстар зерттелетінге ұқсас, яғни қандай құбылыстарға тәжірибелердің нәтижелерін қолдануға болады. Бұл сұрақтарға ұқсастық теориясы жауап береді: 1) тәжірибелерде зерттелетін процестің ұқсастық критерийлерінде болатын барлық шамаларды өлшеу қажет; 2) тәжірибелердің нәтижелерін ұқсастық критерийлерінде өңдеу және олардың арасындағы тәуелділікті критериялық теңдеулер түрінде ұсыну керек; 3) тәжірибе нәтижелерін ұқсас бір мағыналық шарттарға ие және сандық тұрғыдан анықтайтын критерийлерге тең сапалы бірдей құбылыстарға қолдануға болады.

Осы жауаптардың арқасында ұқсастық теориясы мәні бойынша эксперимент теориясы болып табылады. Оның мәні экспериментке негізделетін пәндер үшін ерекше жоғары. Міне, өзінің көп бөлігінде конвективтік жылуалмасу туралы ғылым осындай болып табылады. Сонымен қатар физикалық процестерді эксперименттік зерттеу кезінде ұқсастық теориясын пайдалану формалды түрде зерттелетін құбылыс тәуелді болатын айнымалылардың санын азайтуға мүмкіндік береді.

Конвективтік жылуалмасуды эксперименттік зерттеу көп бөлігінде жылу беру коэффициентін табуға келтіріледі, олар анықтамасы бойынша тең болады (1.1 теңдеуді қараңыз):

$$\alpha \equiv \frac{dQ}{(t_k - t_c) \cdot dF} = \frac{q}{t_k - t_c}.$$

Тәжірибелерде  $q$ , және  $t_k$  өлшенеді және жылу беру коэффициенті есептеледі. Есептеу кезінде жергілікті мәндерді таңдауда  $q$  және  $t_k$ , әдетте белгісіздік туындамайды; бұл шамалар дене бетінен алынады.  $q$  және  $t_k$  жергілікті мәндерін таңдауда әдетте белгісіздік болмайды; бұл шамалар дене бетінен алынады. Сұйықтың температурасы ағын бойынша айнымалы, ал бұл уақытта оның Ньютон-Рихман заңымен есептік мәнін таңдау алдын ала анықталмаған. Сол себепті сұйықтың қандай температурасын есептеу керек екенін алдын ала көрсету керек: құбыр ұзындығы бойынша сұйықтың орташа температурасын, арна кіре берістегі қимасы бойынша орташасын және т.б.

Жылу ағынының тығыздығы әр түрлі анықталуы мүмкін: қатты дененің ішіндегі Фурье заңынан немесе сұйықта. Жылу ағынының тығыздығы әртүрлі: қатты дененің ішіндегі Фурье заңынан немесе сұйықтықта анықталуы мүмкін. Каналдағы ағындар кезінде жылу ағынын жиі жылу балансының теңдеулерінен анықтайды:

$$dQ = G \cdot dt = G \cdot c_p \cdot \delta t.$$

Егер тоқтың күші және жылытқыштың омдық кедергісі белгілі болса, электрлік жылыту кезінде жылу ағынының тығыздығы есептелуі мүмкін.

Жалпы жағдайда жылу беру коэффициенті жылу алмасу бетінің бойымен өзгеруі мүмкін. Жылу таратуды есептеу үшін әдетте жылу беру коэффициенті мәнінің беті бойынша орташа мәнін білу қажет.

Орташа мәні әр түрлі тәсілдермен есептелуі мүмкін, мысалы, жылу беру коэффициентінің қанша айнымалыларға тәуелді болуына байланысты, тек жылу беру коэффициентінің өзін ғана орташалау керек пе немесе оны орташа температуралық арынға орташа жылу ағынының қатынасы ретінде анықтау керек пе:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{F} \int_0^{F_0} \alpha \cdot dF, \quad (2.9)$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{q}}{\Delta \bar{t}} = \frac{\frac{1}{F} \int_0^{F_0} q \cdot dF}{\frac{1}{F} \int_0^{F_0} \Delta t \cdot dF} = \frac{\int_0^{F_0} q \cdot dF}{\int_0^{F_0} \Delta t \cdot dF}.$$

Ережеге сай, жылу ағыны немесе жылу беру коэффициентін әр түрлі орташа мәндерді беретін координаттардан әр түрлі дәрежелік тәуелділіктер түрінде көрсетеді. Сонымен қатар бірінші жағдайда жылу ағыны тығыздығының дұрыс мәнін алу үшін арнайы тандалған орташа температуралық ағынды есептеуге енгізу керек.

Ньютон-Рихман заңын пайдаланатын әдісі басым әдіс ретінде саналады (екінші), бірақ тәжірибеде екеуі де қолданылады.

Осыған ұқсас Нуссельт критерийлері де орташаландырылуы мүмкін.

Жалпы, егер орташалау жылуалмасудың барлық беті бойынша жүргізілетін болса, жылу беру коэффициенті де, Нуссельт критерийлері де координаттарға тәуелді болмайды. Егер орташалау беттің жеке учаскелерінде жүргізілген болса, онда жалпы жағдайда мұндай орташа мәндер учаскеден учаскеге өзгертуі мүмкін.

Конвективтік жылуалмасу кезінде сұйық температурасы арынға көлденең де, бойымен де өзгеруі мүмкін, бірқатар жағдайларда температуралық арынды орташалау күрделі міндет болады.